ANDRES DE PABLO

Algunas reflexiones al análisis de inversiones en presencia de riesgo

INTRODUCCION

El desarrollo de la Teoría de la Inversión en el campo microeconómico se ha producido en las tres últimas décadas, a partir de E. Schneider quien, como resalta E. Prieto (9) es el que realiza el primer estudio sistemático y riguroso de los principios y métodos a seguir en materia de inversiones.

Para su estudio y análisis, y atendiendo al grado de conocimiento que sobre el futuro se tenga, suele efectuarse la distinción entre situaciones de certeza o conocimiento perfecto, situaciones de riesgo o de conocimiento probabilizable y situaciones de incertidumbre o de conocimiento no probabilizable.

Los estudios realizados en el campo cierto, tuvieron su apogeo en la década de los cincuenta y principios de los sesenta, y han servido para deslindar y centrar el análisis de la problemática de la inversión facilitando el posterior estudio que da entrada al riesgo, pero parten de unos supuestos que no se ajustan a la realidad por ser desconocidos, los rendimientos que puede producir en el futuro un proyecto de inversión, al igual que su duración.

El campo de la incertidumbre, en sentido estricto, tampoco es realista porque un estado de ignorancia total no se da en la práctica; el decisor (o sus asesores-especialistas) tendrán, al menos, un cierto grado de creencia sobre los acontecimientos futuros, expresable en términos subjetivos de probabilidad.

El campo aleatorio o del conocimiento probabilizable es el que permite realizar el análisis más realista, abarcando la utilización de probabilidades tanto objetivas como subjetivas, si bien estas últimas serán más frecuentes dada la peculiaridad de las inversiones. Para el establecimiento de estas probabilidades, y de acuerdo con lo señalado por diversos autores con experiencia abundante en este terreno, es conveniente realizar previamente reuniones con los expertos en cada parcela que interviene en la composición de los rendimientos futuros para que emitan sus estimaciones. La práctica ha permitido comprobar que las probabilidades subjetivas así obtenidas son muy precisas. En algunas ocasiones, los expertos sólo estarán en condiciones de realizar unas estimaciones parciales tales como el valor máximo, el mínimo y el más probable.

Pues bien, es en este campo, en el que pretendemos realizar algunas consideraciones, si bien, es conveniente establecer previamente algunos conceptos terminológicos y de notación que eviten posteriormente la necesidad de efectuar aclaraciones.

II. — CONCEPTO Y MODELO MATEMATICO DE UNA INVERSION

En un sentido amplio entendemos por inversión (8), toda adquisición que da origen a dos distribuciones de capitales de signos opuestos, la primera de costes (outputs) y la segunda de ingresos (inputs), con la condición de que el vencimiento medio de la primera distribución, sea anterior al de la segunda. Esto significa que aunque puede haber desembolsos posteriores a algunos ingresos, aquéllos, en promedio, deben producirse antes que éstos para que pueda hablarse en puridad de inversión.[1]

En base a esta definición, el modelo matemático-financiero de una inversión quedará descrito por:

$$I = I(D_c;\ D_R;\ T) \qquad (1)$$

Siendo D_c la distribución de capitales[2] que define a la corriente de costes, con función de repartición de cuantía $C(t)$. La función de densidad $c(t)$ en el caso de distribuciones continuas será

$$c(t) = \frac{d\,C(t)}{d\,t} \qquad y \qquad C(t) \int_{to}^{t} c(x)\,d\,x \qquad (2)$$

D_R es la distribución de capitales que define la corriente de ingresos, con función de repartición $R(t)$; y, en su caso, función de densidad de cuantía $r(t)$.

1. Si se recibiera dinero antes de haberlo desembolsado, se trataría de una financiación en vez de una inversión.
2. El estudio de las distribuciones de capitales puede verse con rigurosidad en el Fascículo II de Matemática de las Operaciones financieras de L. Gil Peláez.

T es la duración económica de la inversión que comprende el intervalo $T = [t_o; t_n] \subset R$.

Son frecuentes las inversiones cuyo desembolso inicial es elevado en comparación con los desembolsos sucesivos, por lo que puede explicitarse esa cuantía inicial como C_o. Si consideramos la función de repartición diferencia: $Q(t) = R(t) - C(t)$, una inversión queda descrita por:

$$I = [C_o; Q(t); T] \tag{3}$$

Q(t) representa a los *rendimientos netos* producidos por la inversión en t,[3] siendo t un instante del tiempo, o un período según que la distribución sea continua o discreta.

El Beneficio Total Actualizado (BTA) de una inversión para una ley financiera completa F(t; p) de valoración en p, es

$$BTA = \int_{to}^{tn} \frac{F(t; p)}{F(t_o; p)} [d R(t) - d C(t)] \tag{4}$$

que para distribuciones continuas tomará la forma:

$$BTA = \int_{to}^{tn} f(t; t_o) [r(t) - c(t)] d t \tag{5}$$

y para las discretas

$$BTA = \sum_{s=1}^{n} R_s f(t_s'; t_o) - \sum_{s=0}^{k} C_s f(t_s; t_o) \tag{6}$$

Si se toman en consideración los rendimientos netos y la ley financiera es la de capitalización-descuento compuesto:

$$F(t; p) = e^{\rho(p-t)} = (1 + i)^{p-t} \tag{7}$$

para una duración: $t_n - t_o = n$ períodos y dado el carácter estacionario y multiplicativo (2) de dicha ley financiera se obtendrá

$$BTA = \int_{o}^{n} q(t) \cdot e^{-\rho} d t \tag{5'}$$

(caso continuo)

3. Este concepto corresponde al de «cuasirenta» acuñado por Marshall, y extendido por F. y V. Lutz, aunque a nuestro parecer es más apropiada la denominación de rendimiento neto como diferencia que es entre ingresos y costes de la inversión en t.

$$BTA = \sum_{t=1}^{n} Q(t) \cdot (1+i)^{-t} - C_o \qquad (6')$$

(caso discreto)

En estas condiciones se denomina Tanto de Rendimiento Interno (TRI), a aquel tanto r para el cual el BTA de una inversión es igual a cero.

El BTA y el TRI son los criterios más ampliamente aceptados para decidir sobre la aceptación o rechazo de un proyecto de inversión, dado que se tienen en cuenta *todos* los costes e ingresos que genera la inversión, ponderándolos adecuadamente en base a una ley financiera previamente establecida. En definitiva, ambos criterios tratan de medir, mediante una sola cifra, el grado de deseabilidad de un proyecto.

Como se hacía notar anteriormente, en ambiente cierto se supone que los rendimientos netos y la duración prevista se van a cumplir exactamente, sin embargo existen diversos factores, unos de carácter económico general y otros peculiares de cada inversión, que pueden influir en que esas previsiones no se cumplan y que es precisamente donde radica el riesgo del proyecto.

III. CONSIDERACION DEL RIESGO

En un primer estudio, la toma en consideración del riesgo se realiza, o bien incrementando el tanto de valoración del proyecto, o bien aplicando un coeficiente moderador $\alpha_t \leqslant 1$ a los rendimientos netos, con lo que, en ambos casos se disminuye el BTA y, consecuentemente, el grado de aceptabilidad de ese proyecto. Sin entrar en el análisis de la mayor o menor bondad del segundo respecto al primero, cuestión suficientemente tratada en algunas obras como las de Robicheck y Miers (10) y Suárez (11), ambos métodos pueden ser considerados poco perfeccionados, en cuanto que no utilizan información sobre la distribución de probabilidad de los rendimientos futuros.

Método analítico

Un método más perfeccionado es aquel que considera a los rendimientos netos de cada período como una variable aleatoria ξ_t, con lo cual el BTA es, también, una variante β, suma ponderada de las variantes rendimientos netos, con unos pesos de ponderación que son los factores de actualización correspondientes. En estas condiciones, la expresión (9) escribe:

$$\beta = \sum_{t=1}^{n} \xi_t (1 + i)^{-t} - C_o \tag{10}$$

El beneficio monetario esperado BME será:

$$\text{BME} = E[\beta] = \sum_{t=1}^{n} \overline{Q}(t) \cdot (1 + i)^{-t} - C_o \tag{11}$$

siendo $\overline{Q}(t) = E[\xi_t] = \sum_{h=1}^{m} Q_{s, h} \cdot p_{s, h}$, la esperanza matemática de la variante rendimiento neto en t.

El riesgo de un proyecto, se tiene en cuenta midiendo la dispersión de β a través de la varianza o desviación típica. Previamente ha de determinarse la varianza de cada variante ξ_t

$$v_{ar}(\xi_t) = \sigma_t^2 = E[\xi_t - \overline{Q_t}]^2 = E[\xi_t^2] - Q_t^2 \tag{12}$$

Y la varianza de β tomará, en general, la forma:

$$\begin{aligned} v_{ar}(\beta) = \sigma^2 = \sum_{t=1}^{n} \sigma_t^2 (1 + i)^{-2t} + \\ + 2 \sum_{tt'} \sigma_{tt'} (1 + i)^{-(t+t')} \end{aligned} \tag{13}$$

siendo $\sigma_{tt'}$ la covarianza existente entre los rendimientos netos ξ_t y ξ_t'.

En el caso de ser las variantes ξ_t independientes, la varianza es:

$$\sigma^2 = \sum_{t=1}^{n} \sigma_t^2 (1 + i)^{-2t} \tag{14}$$

por ser nulas las covarianzas.

En el Caso de estar perfectamente correlacionadas las ξ_t:

$$\sigma^2 = \left[\sum_{t=1}^{n} \sigma_t (1 + i)^{-t}\right]^2 \tag{15}$$

puesto que para un coeficiente de correlación $\rho = 1$ resulta:

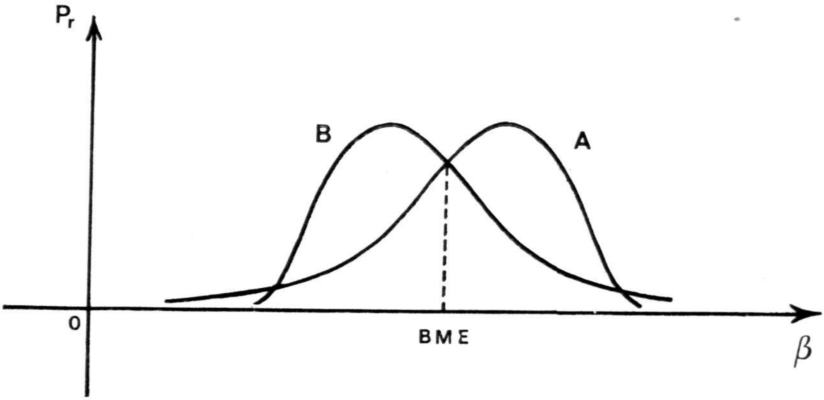
$$\sigma_{tt'} = \sigma_t \cdot \sigma_{t'}$$

Los criterios de elección suelen basarse en la utilización de esos dos parámetros de la distribución de β. Así el «indicador de elección» de P. Massé (6) consiste en hallar:

$$E = BME - \lambda \sigma \quad \lambda \varepsilon R^+ \tag{16}$$

siendo λ un parámetro a decidir por el inversor según su mayor o menor grado de aversión al riesgo.

Sin embargo, el riesgo de una inversión no depende en exclusiva de la dispersión de β, sino, principalmente, de las desviaciones desfavorables respecto al beneficio esperado; es decir, que depende de la forma de la distribución de probabilidad de β: Si ésta es simétrica, la



varianza es una medida correcta del riesgo de la inversión, pero si no es simétrica, para una misma varianza, presentará mayor riesgo aquella cuyo sesgo sea hacia la derecha. Así en la figura siguiente, presenta mayor riesgo la inversión B puesto que tiene mayor probabilidad de desviaciones desfavorables respecto al BME que la inversión A, aún cuando ambos tienen el mismo beneficio esperado y la misma varianza. En estas situaciones resulta conveniente incorporar un parámetro que recoja el grado de asimetría y especialmente el sentido del sesgo.

Desde el punto de vista práctico surgen algunas complicaciones. En el cálculo de la esperanza matemática de β no hay dificultad por ser la esperanza de una suma de variables aleatorias igual a la suma de las esperanzas de cada una de las variables sumandos, tanto si éstas son independientes como si no lo son, utilizándose para el cálculo la expresión (11).

Para la determinación de la varianza, salvo que las variantes ξ_t sean independientes o estén perfectamente correlacionadas, en cuyos casos no es necesario calcular nada más que las varianzas de las ξ_t tal como se indica en (14) y (15), en los restantes casos hay que determinar, además, las covarianzas entre cada par de variantes, cuestión que complica mucho la determinación de τ^2 puesto que depende tanto del número de variantes, como de la distribución de cada una de éstas, así como del grado de correlación existente entre ellas. Si además se quiere dar entrada en el criterio de decisión a un parámetro que tenga en cuenta la posible asimetría de la distribución de β, se comprenderá la magnitud de esta tarea.

En un interesante trabajo, F. S. Hillier (3) propuso eliminar la tarea de calcular las covarianzas en base a desdoblar cada variante ξ_t en dos sumandos ξ_t' y ξ_{tt}'' de manera que el primero represente la parte que varía en forma independiente de las restantes y el segundo lo haga perfectamente correlacionado con ellas, en cuyo caso:

$$\tau^2 = \sum_{t=1}^{n} \tau_t'^2 (1 + i)^{-2t} + \left[\sum_{t=1}^{n} \tau_t'' (1 + i)^{-t} \right]^2 \qquad (17)$$

siendo $\tau_t'^2$ la varianza de la parte que se comporta en forma independiente y $\tau_t''^2$ la varianza de la parte perfectamente correlacionada.

Un ejemplo de aplicación de este procedimiento es el del caso de una empresa que proyecta el lanzamiento de un nuevo producto y del que se estima que si la aceptación inicial por el mercado es superior (o inferior) a la esperada, esta tendencia se mantendrá en el futuro aproximadamente en la misma proporción. Por lo que se refiere al coste inicial y a los costes sucesivos de producción se prevee un comportamiento independiente a lo largo de su duración por lo que las desviaciones que puedan producirse son atribuibles a fluctuaciones aleatorias.

Sin embargo, creemos que este procedimiento es, en muchas ocasiones, de difícil aplicación en la práctica, por falta de un criterio fiable para efectuar la separación de ambas componentes.

Al objeto de superar estos inconvenientes evitando también la tarea de determinar las covarianzas, Van Horne (12) propone, para los casos en que se presente una correlación moderada, la utilización de probabilidades condicionadas que permitan tener en cuenta la correlación de los rendimientos netos a través del tiempo, dado que los resultados de un período concreto dependerán de los habidos en el período anterior y así sucesivamente. Si se consideran todas las cadenas posibles de resultados y se determina la probabilidad conjunta de cada una de estas cadenas, el cálculo de la varianza se hará:

$$\tau^{2} = \sum_{r=1}^{N} \left(\sum_{t=1}^{n} Q_{tr} (1 + i)^{-t} - BME \right)^{2} \cdot p_{r} \qquad (18)$$

siendo:

Q_{tr} : el rendimiento correspondiente al período t en el caso de que se presente la cadena de resultados r

P_r : la probabilidad conjunta de la cadena r

N : el número de posibles cadenas de resultados.

Este método conduce implícitamente a los procedimientos que utilizan árboles de decisión y su aplicabilidad puede resultar interesante cuando el número de períodos que se considera es reducido, pero a medida que éstos aumentan, el gran número de posibles cadenas a considerar, así como la mayor dificultad en la obtención de las probabilidades, le hacen perder su atractivo inicial.

También es de utilidad el realizar un análisis de la sensibilidad ante variaciones de cada una de las magnitudes intervinientes en su formación.

Cuando no se conoce la forma de la distribución de β, pero sí su esperanza y desviación típica, se pueden efectuar medidas, en términos de probabilidad, del riesgo de que el resultado efectivo se separe del esperado en más de una cierta cuantía, utilizando la desigualdad de Tchebycheff:

$$P_r [\beta - BME] \geqslant k \cdot \tau \leqslant \frac{1}{k^2} \qquad (19)$$

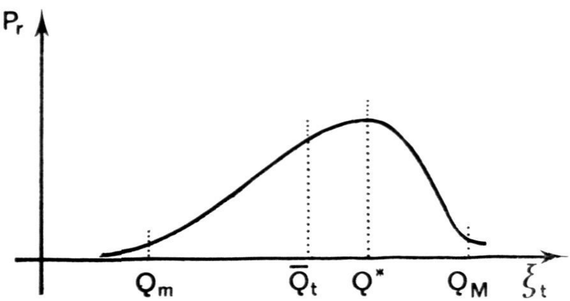
Así por ejemplo, la probabilidad de que un resultado para β se desvíe en más de dos veces la desviación típica por encima o por debajo del BME, es menor del 25%. Igualmente, para que esté fuera del intervalo [BME — 3 τ ; BME + 3 τ] es menor del 11 %. A sensu contrario, la probabilidad de que un resultado se sitúe dentro de esos intervalos es mayor que el 75 % en el primer caso y que el 89 % en el segundo.

Sin embargo, si se pudiera afirmar que β se distribuye normalmente, las anteriores probabilidades del 75 y 89 %, se convierten en el 95,44 y el 99,74 %, respectivamente, lo que representa un grado de confiabilidad muy alto para esas previsiones.

Consecuentemente, se deduce el interés por conocer la distribución de probabilidad de β y especialmente el analizar si se distribuye normalmente, habida cuenta de que es una suma de variables aleatorias.

Por lo que hace referencia a la forma de la distribución de cada variante rendimiento neto se pueden hacer diversas conjeturas. En principio es admisible cualquier tipo de distribución discreta o continua pudiendo ser de distinta forma para cada período. Serán precisamente los expertos, a los que anteriormente se hacía alusión, los que en base a su experiencia e intuición, deben pronosticar la forma de esas distribuciones. Además de la distribución normal, otras que suelen utilizarse son, tal como señala el profesor Suárez (11), la distribución beta, la triangular, y la rectangular o uniforme.

Suárez, y también Ostwald (7), señalan la utilidad de la distribución beta, con la simplificación utilizada en el método PERT, cuando los expertos no son capaces de asignar a cada rendimiento neto más que tres estimaciones: una optimista (Q_M), otra pesimista (Q_m), y otra más probable Q^*. Esto se recoge en la figura siguiente en la que se presenta una forma de esta distribución,[4] con la simplificación mencionada que permite obtener los dos parámetros característicos



$$\bar{Q}_t = \frac{Q_m + 4\,Q^* + Q_M}{6}$$

$$\sigma_t^2 = \frac{(Q_M - Q_m)^2}{36}$$

En cuanto a la forma de la distribución de β, ésta puede seguir distintas formas aunque vendrá inducida por las de las variantes rendimientos netos de cada período.

Por aplicación del Teorema Central del límite en una de sus formulaciones, puede afirmarse que si las variantes ξ_t son independientes entre sí, igualmente distribuidas, y con media y varianza finitas, entonces β se distribuye normalmente. Estudios más recientes de este Teorema buscan su generalización, habiéndose demostrado para casos en que no es necesario que las variantes ξ_t tengan la misma distribución y, lo que es más importante, para casos en que se prescinde de la hipótesis de

4. Aunque la distribución beta de la figura presenta un sesgo a la izquierda, también puede ser simétrica, o sesgada a la derecha.

independencia. Pues bien, en todos estos casos y teniendo en cuenta que esa tendencia hacia la distribución normal se manifiesta rápidamente a partir de un cierto número de sumandos (es decir que no es necesario que el número de variantes sumandos tienda a infinito a efectos prácticos, sino que se considera suficientemente precisa a partir de diez,[5] se podrá afirmar la normalidad de la distribución de β, pudiendo aplicar las propiedades de esta distribución y utilizar las tablas de la $N(0,1)$ después de haber procedido a su tipificación para calcular la probabilidad que interese como, por ejemplo, la de obtener al menos un determinado beneficio, o el que éste se sitúe dentro de un determinado intervalo, o de que no se produzcan pérdidas, e incluso de que pueda sobrevenir la ruina del inversor si por el volumen invertido y la acumulación de rendimientos negativos esto pudiera ocurrir en la inversión que se esté examinando.

Hasta aquí se han recogido resumidamente las aportaciones más notables realizadas por los diversos autores sobre el análisis de inversiones en el campo aleatorio desde la perspectiva de estudio de las posibles distribuciones de probabilidad y utilizando sus parámetros más característicos.

IV. REFLEXIONES QUE SE FORMULAN

Llegados a este punto, creemos interesante realizar algunas reflexiones sobre aspectos que apenas han sido tratados en la literatura existente, y a partir de los cuales se puede mejorar la perspectiva del análisis llevado a cabo hasta este momento.

La primera, es referente a la composición de cada variante rendimiento neto y su posible influencia en la forma de la distribución de β.

Los rendimientos netos de cada período se forman por la agrupación de diversas componentes. En la parte referente a ingresos, destacan los procedentes de las ventas realizadas de bienes o servicios así como de sus precios. En la parte de los costes, destacan los de materias primas y mano de obra tanto directa como indirecta, de los costes fijos, de los de administración y distribución, de los de ventas, etc.

Por lo tanto si consideramos, de acuerdo con Wagle (13) que en cada período hay K factores que influyen en el rendimiento neto correspondiente y que cada uno de ellos es una variable aleatoria, tendremos la siguiente suma algebraica de variantes:

$$\xi_t = \xi_{t,1} + \xi_{t,2} + \cdots + \xi_{t,k} \tag{20}$$

5. Ostwald analizando la distribución beta y aplicándola a una suma de costes afirma que para cuatro o más sumandos se cumple.

Cada variante sumando $\xi_{t \cdot k}$ tiene una determinada distribución de probabilidad cuyas esperanza y varianza serán:

$$E[\xi_{t,h}] = Q_{t \cdot h} \tag{21}$$

$$\sigma^2_{t \cdot h} = E[\xi_{t,h} - Q_{t,h}]^2 = E[\xi^2_{t \cdot h}] - Q^2_{t \cdot h} \tag{22}$$

Y en consecuencia, el rendimiento neto esperado y su varianza se determinarán ahora:

$$E[\xi_t] = E[\sum_{h=1}^{k} \xi_{t,h}] = \sum_{h=1}^{k} E[\xi_{t \cdot h}] = \sum_{h=1}^{k} \overline{Q}_{t,h} = \overline{Q}_t \tag{23}$$

$$\sigma_t^2 = \sum_{h=1}^{k} \sigma^2_{t,h} + 2 \sum_{r \neq s} \mathrm{cov}\,(\xi_{t \cdot r}\,;\,\xi_{t \cdot s}) \tag{24}$$

Así pues, realizando el análisis bajo esta consideración, nos encontramos con una problemática similar a la que se presentaba anteriormente al analizar la distribución y los parámetros de β pero ahora adelantados en una fase; igual que señalábamos entonces, se puede afirmar que el cálculo de la esperanza no ofrece problema especial, pero el de la varianza depende de la correlación o de la independencia de las $\xi_{t \cdot h}$. En cuanto a la distribución de cada rendimiento ξ_t será normal si se cumplen los supuestos del Teorema Central del Límite.

Una vez analizadas la distribución y los parámetros de cada rendimiento neto, ha de pasarse a estudiar la forma del beneficio β de la inversión, siendo de aplicación las expresiones (10) a (15) obtenidas anteriormente. Como esta variante β es suma de las variantes ξ_t y éstas a su vez son suma de las $\xi_{t \cdot h}$, creemos que al profundizar en el análisis, tal como se ha hecho, mejoran las condiciones para el cumplimiento del Teorema Central del Límite respecto al análisis tradicional anteriormente expuesto, en la medida que no se hayan tenido en cuenta estas circunstancias al considerar las distribuciones de las variantes ξ_t.

No obstante, señalamos que, a nuestro parecer, no debe prestarse tanta atención al mayor o menor número de variantes que aparezcan, como al grado de correlación que exista entre ellas, tanto dentro de un mismo período, como entre los distintos períodos, cuestión ésta que deberá estudiarse cuidadosamente, porque la suposición de independencia, si bien facilita los cálculos, subestima el riesgo de la inversión tanto más cuanto mayor sea el grado de correlación existente. Un interesante trabajo de Hull (4) recientemente publicado analiza algunos aspectos de la dependencia entre variantes, utilizando métodos de simulación. También existe otro de Eilon y Fowkes (1) en el mismo sentido.

Una segunda reflexión es referente a que si bien se toma en cuenta la aleatoriedad de los rendimientos netos por parte de los diversos autores, muy pocos, y en forma generalmente de pasada, mencionan la aleatoriedad de la duración u horizonte económico de la inversión, cuestión que sin embargo debe ser tenida también en cuenta ya que la obsolescencia, una avería importante, o cualquier otra causa imprevista, pueden modificar la duración esperada (incluso, en algún caso excepcional, podría darse una duración nula cuando por la acción de agentes externos como incendio, terremoto, etc., o internos, como un mal uso inicial por el operario hicieran que el bien objeto de la inversión no llegase a generar rendimientos).

Así pues, designando por τ a la variable aleatoria duración, que puede ser continua con función de densidad f(t) y $t \varepsilon R^{+*}$ o discreta con posibles valores 0, 1, 2, ..., N y probabilidades respectivas P_0; P_1; ...; P_n, se obtiene para la esperanza y varianza de la variante beneficio β:

En el campo continuo:

$$BME = E[\beta] = \int_o^N E[\beta_n] f(n) dn = \int_o^N E[\int_o^n q(t) \ e^{-\rho t} dt] f(n) dn$$
$$\sigma^2 = E[\beta^2] - [E(\beta)]^2 = \int_o^N E[\beta^2_n] \ f(n) dn - (BME)^2$$

siendo β_n la variante beneficio obtenida para una duración de n períodos.

En el campo discreto:

$$BME = E[\beta] = \sum_{n=0}^{N} E[\beta_n] \cdot p_n =$$

$$= \sum_{n=0}^{N} E[\xi_t (1+i)^{-t} - C_o] \cdot p_n = \sum_{n=0}^{N} [\sum_{t=1}^{n} \overline{Q}_t (1+i)^{-t} - C_o] \cdot p_n$$

$$\sigma^2 = E[\beta^2] - [E(\beta)]^2 = \sum_{n=0}^{N} E[\beta_n^2] \cdot p_n - (BME)^2$$

Desde un punto de vista práctico, se utilizará con más frecuencia el campo discreto, correspondiendo a los expertos el asignar probabilidades a las distintas duraciones factibles; en definitiva, definir la forma como se distribuye τ.

V. RESUMEN

La utilización de las probabilidades en el análisis de inversiones es bastante reciente en el tiempo, ya que el concepto clásico de probabilidad objetiva basado en una idea frecuencialista que no se da en el terreno de las inversiones ha retrasado su utilización hasta el desarrollo del concepto subjetivo de la probabilidad que permite su aplicación, a estos fenómenos teniendo en cuenta una serie de factores como la experiencia, la información disponible, los estudios de mercado, etc., convirtiéndose en una forma muy útil de tratar el riesgo en el análisis y adopción de decisiones de inversión.

La asociación del empleo de probabilidades para tener en cuenta el riesgo y la consideración del aspecto matemático-financiero que pondera de forma distinta a los capitales futuros según sus vencimientos proporciona unos criterios de decisión perfeccionados.

Es importante llegar a obtener la distribución de probabilidad de la variante beneficio de la inversión, si bien será difícil lograrlo en muchas ocasiones. En otras, como consecuencia del Teorema Central del Límite en sus diversas formulaciones, se podrá afirmar su carácter normal.

Para un análisis más riguroso es necesario detallar la composición o estructura de cada rendimiento periodal y estudiar cuidadosamente el grado de correlación existente entre las distintas variantes. Asimismo edeb tenerse en cuenta la aleatoriedad de la duración al efectuar los cálculos prácticos.

BIBLIOGRAFIA

1. EILON, S. y FOWKES, T. R.: «Sampling Procedures for Risk Simulation.» *Operational Research Quarterly*, n.° 24, 1973, pp. 241-252.
2. GIL PELAEZ, L.: *Matemática de las operaciones financieras*. Copigraf, Madrid, 1968.
3. HILLIER, F. S.: Derivation of Probabilistic Information for the Evaluation of Risky Investment. *Management Science*, 9, n.° 3, pp. 443-457.
4. HULL, J. C.: «Dealing with Dependence in Risk Simulations.» *Operational Research Quarterly*, 28, 1977, pp. 201-213.
5. MAO, J. C. T.: *Análisis financiero*. Ed. Ateneo, Buenos Aires, 1974.
6. MASSE, P.: *La elección de Inversiones*. Ed. Sagitario, Barcelona, 196.
7. OSTWALD. P. F.: *Cost Estimating for Engineering and Management*, Prentice Hall, 1974.
8. PABLO, A. DE: *Criterios de decisión financiera en la empresa*. Tesis doctoral, 1977.
9. PRIETO, E.: *Teoría de la inversión*. ICE, Madrid, 1973.
10. ROBICHEK, A. A. y MYERS, S. C.: *Decisiones óptimas financieras*, México, 1968.
11. SUAREZ, A. S.: *Decisiones óptimas de inversión y financiación en la empresa. Pirámide*, Madrid, 1976.
12. VAN HORNE, J. C.: *Administración financiera*. Buenos Aires, 1976.
13. WAGLE, B.: A Statistical Analysis of Risk in Capital Investment Projects, *Op. Rs. Q.*, n.° 18, 1967, pp. 13-33.